الدرس 3

ضرب أحاديات الحد وقسمتها

مسائل من الحياة اليومية

الميكروبوتيات يمكن أن يتراوح حجم المناكب في أمريكا الشمالية من 1 ملليمتر إلى 7.6 سنتيمتر من حيث الطول. استخدم الجدول لتعرف كيفية ارتباط المقاييس المترية الأخرى بالملليمتر.

وحدة قياس الطول	أضعاف زيادتها من الملليمتر	الوحدة مكتوبة بالقوى
ملليمتر	1	10^0
سنتيمتر	$1 \times 10 =$ 10	10^1
ديسيمتر	$10 \times 10 =$ 100	$10^1 \times 10^1 = 10^2$
متر	$100 \times 10 = 1{,}000$	$10^2 \times 10^1 = 10^{3}$
ديكامتر	$1{,}000 \times 10 = 10{,}000$	$10^3 \times 10^1 = 10^{4}$
هكتومتر	$10{,}000 \times 10 =$ 100,000	$10^4 \times 10^1 = 10^5$
كيلومتر	$100{,}000 \times 10 =$ 1,000,000	$10^5 \times 10^1 = 10^{6}$

1. انظر إلى الإدخالات في العمود الأخير. ما الذي تلاحظه بخصوص أسس العوامل وأس ناتج ضرب كل إدخال؟ **الإجابة النموذجية: أس ناتج الضرب هو مجموع أسس العوامل.**

2. يزيد طول الميجامتر عن الملليمتر بـ $10 \times 100{,}000{,}000$ أو 1,000,000,000 ضعف. قم بتوسيع نطاق النمط لكتابة هذا العدد باستخدام القوى. 10^9

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من كتابة الأعداد بطرق مختلفة؟

المفردات

أحادي الحد (monomial)

ممارسات رياضية

1, 3, 4, 7

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟

ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق فيما يلي.

1. البنائرة في حل المسائل
2. التفكير بطريقة تجريدية
3. بناء فرضية
4. استخدام نماذج الرياضيات
5. استخدام أدوات الرياضيات
6. مراعاة الدقة
7. الاستفادة من البنية
8. استخدام الاستنتاجات المتكررة

المفهوم الرئيسي

ناتج ضرب القوى

الشرح لضرب القوى التي لها نفس الأساس، نجمع الأسس.

أمثلة

الأعداد	الصيغة الجبرية
$2^4 \times 2^3 = 2^{4+3} = 2^7$	$a^m \times a^n = a^{m+n}$

أحادي الحد هو عدد أو متغير أو ناتج ضرب لعدد ومتغير واحد أو أكثر. يمكنك استخدام قوانين الأسس لتحويل أحاديات الحد إلى أبسط صورة.

$$3^2 \times 3^4 = \underbrace{(3 \times 3)}_{\text{عاملان}} \underbrace{(3 \times 3 \times 3 \times 3)}_{\text{4 عوامل}} = 3^6$$

$$\text{6 عوامل}$$

لاحظ أن مجموع الأسس الأصلية هو الأس الموجود في ناتج الضرب النهائي.

أمثلة

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس.

1. $5^2 \times 5$

$5^2 \times 5 = 5^2 \times 5^1$ $\quad 5 = 5^1$

$= 5^{2+1}$ $\quad$ الأساس المشترك هو 5

$= 5^3 = 125$ $\quad$ اجمع الأسس. حوّل إلى أبسط صورة

تحقق $5^2 \times 5 = (5 \times 5) \times 5 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$ ✓

2. $c^3 \times c^5$

$c^3 \times c^5 = c^{3+5}$ $\quad$ الأساس المشترك هو c

$= c^8$ $\quad$ اجمع الأسس

3. $-3x^2 \times 4x^5$

$-3x^2 \times 4x^5 = (-3 \times 4)(x^2 \times x^5)$ $\quad$ خاصيتي التبدل والتجميع

$= (-12)(x^{2+5})$ $\quad$ الأساس المشترك هو x

$= -12x^7$ $\quad$ اجمع الأسس

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. $9^3 \times 9^2$ b. $c^3 \times c^2$ c. $-2m(-8m^5)$

منطقة العمل

a. $59,049 = 9^5$

b. a^5

c. $16m^4$

المفهوم الرئيسي

ناتج قسمة القوى

الشرح لقسمة القوى التي لها نفس الأساس، اطرح الأسس.

	الأعداد	الصيغة الجبرية
أمثلة	$\frac{3^7}{3^3} = 3^{7-3} = 3^4$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$، حيث $a \neq 0$

توجد طريقة أخرى لقسمة القوى التي لها نفس الأساس.

$$\frac{5^7}{5^4} = \frac{\overbrace{5 \times 5 \times 5 \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5}}^{\text{3 عوامل}}}{\underbrace{\cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5} \times \cancel{5}}_{\text{4 عوامل}}} = 5^3$$

لاحظ أن فرق الأسس الأصلية هو الأس الموجود في ناتج القسمة النهائي.

أمثلة

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس.

4. $\frac{4^6}{4^2}$

$\frac{4^6}{4^2} = 4^{6-2}$ — الأساس المشترك هو 4

$= 4^4 = 4{,}096$ — حوّل إلى أبسط صورة

5. $\frac{n^9}{n^4}$

$\frac{n^9}{n^4} = n^{9-4}$ — الأساس المشترك هو n

$= n^5$ — حوّل إلى أبسط صورة

6. $\frac{2^5 \times 3^5 \times 5^2}{2^2 \times 3^4 \times 5}$

$\frac{2^5 \times 3^5 \times 5^2}{2^2 \times 3^4 \times 5} = \left(\frac{2^5}{2^2}\right)\left(\frac{3^5}{3^4}\right)\left(\frac{5^2}{5}\right)$ — ضع في مجموعات حسب الأساس المشترك.

$= 2^3 \times 3^1 \times 5^1$ — اطرح الأس.

$= 8 \times 3 \times 5$ — $2^3 = 8$

$= 120$ — حوّل إلى أبسط صورة

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

d. $\frac{5^7}{5^4}$ e. $\frac{x^{10}}{x^3}$ f. $\frac{12w^5}{2w}$

g. $\frac{3^4 \times 5^2 \times 7^5}{3^2 \times 5 \times 7^3}$ h. $\frac{5^6 \times 7^4 \times 8^3}{5^4 \times 7^2 \times 8^2}$ i. $\frac{(-2)^5 \times 3^5 \times 5^7}{(-2)^2 \times 3 \times 5^4}$

وفكر

اشرح لماذا لا يمكن استخدام قاعدة ناتج قسمة القوى لتحويل هذا التعبير $\frac{x^3}{y^{-2}}$ إلى أبسط صورة.

يمكن استخدام الأساس فقط عندما تكون الأساسات واحدة. في هذا التعبير، أساس هو x والأساس الآخر هو y.

d. $5^3 = 125$

e. x^7

f. $6w^4$

g. $3^2 \times 5 \times 7^2 = 2{,}205$

h. $5^2 \times 7^2 \times 8 = 9{,}800$

i. $(-2)^3 \times 3^3 \times 5^3 = -27{,}000$

مثال

7. إجمالي امتداد ساحل ولاية هاواي هو 2^{10} ميلًا تقريبًا. وإجمالي امتداد ساحل ولاية نيوهامشير هو 2^7 ميلًا تقريبًا. كم ضعفًا يزيد امتداد ساحل ولاية هاواي عن امتداد ساحل ولاية نيوهامشير؟

لإيجاد عدد أضعاف الامتداد، اقسم 2^{10} على 2^7

$$\frac{2^{10}}{2^7} = 2^{10-7} = 2^3$$ طرح قسمة القوى

امتداد ساحل ولاية هاواي 2^3 أو 8 أضعاف امتداد ساحل ولاية نيوهامشير.

تمرين موجه

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس. (الأمثلة 5–1)

1. $4^5 \times 4^3 =$ $4^8 = 65,536$

2. $-2a(3a^4) =$ $-6a^5$

3. $\frac{y^8}{y^5} =$ y^3

4. $\frac{24k^9}{6k^6} =$ $4k^3$

5. $\frac{2^2 \times 3^3 \times 4^5}{2 \times 3 \times 4^4} =$ $2 \times 3^2 \times 4 = 72$

6. $\frac{(-3)^4 \times (-4)^5 \times 5^2}{|-3|^2 \times |-4| \times 5} =$

$(-3)^2 \quad (-4)^2 \quad 5 = 720$

7. يوضح الجدول عدد الأشخاص الذين يتحدثون لغات معينة على مستوى العالم. فكم ضعفًا يزيد عدد الأشخاص الذين يتحدثون اللغة الفرنسية عن عدد الأشخاص الذين يتحدثون اللغة السنغالية؟ (مثال 7) $2^4 = 16$ ضعفًا

اللغة	إجمالي العدد (بالملايين)
اللغة الفرنسية	2^6
اللغة السنغالية	2^2

8. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف يمكنني استخدام خصائص الأسس الصحيحة لتحويل التعابير الجبرية والعددية إلى أبسط صورة؟

الإجابة النموذجية:

إذا كانت تعابير الضرب أو القسمة تشتمل على قوى لها نفس الأساس، يمكنك استخدام الخصائص للتحويل إلى أبسط صورة قبل الضرب أو القسمة.

قيّم نفسك!

هل أنت مستعد للمتابعة؟ ظلل القسم المناسب.

متى وقت تحديث مطويتك؟ مطويتي

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة Big Ideas Learning

تمارين ذاتية

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس. (الأمثلة 1–5)

1. $(-6)^2 \times (-6)^5 =$ $(-6)^7 = -279{,}936$

2. $-4a^5(6a^5) =$ $-24a^{10}$

3. $(-7a^4bc^3)(5ab^4c^2) =$ $-35a^5b^5c^5$

4. $\frac{8^{15}}{8^{13}} =$ $8^2 = 64$

5. $\frac{16t^6}{8t} =$ $2t^3$

6. $\frac{x^6y^{14}}{x^4y^9} =$ x^2y^5

7. $\frac{3^4x^4}{3x^2} =$ $3^3x^2 = 27x^2$

8. $\frac{4^5 \times 5^3 \times 6^2}{4^4 \times 5^2 \times 6} =$ $4 \times 5 \times 6 = 120$

9. $\frac{6^3 \times 6^6 \times 6^4}{6^2 \times 6^3 \times 6^3} =$ $6^5 = 7{,}776$

10. $\frac{(-2)^5 \times (-3)^4 \times (-5)^3}{(-2)^3 \times (-3) \times (-5)^2} =$

$(-2)^2 \times (-3)^3 \times (-5) = 540$

11. تصل سرعة معالجة جهاز كمبيوتر إلى 10^{11} أمرًا في الثانية. وتصل سرعة جهاز كمبيوتر آخر إلى 10^3 ضعفًا. فكم عدد الأوامر التي يمكن أن يعالجها جهاز الكمبيوتر الأسرع في الثانية الواحدة؟ (المثال 7)

10^{14} أمرًا

12. يوضح الجدول سعة البقاعد في مكانين مختلفين. فكم ضعفًا تزيد سعة حديقة الصخا عن دار السينما النموذجية في الإمارات؟ (المثال 7)

$3^4 = 81$ ضعفًا

المكان	سعة البقاعد
دار السينما	3^5
حديقة الصخا	3^9

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة محمد بن راشد آل مكتوم للمعرفة

13. راجع المصطلحات الموجودة في الجدول.

القوة العشرية	الاسم
10^3	ألف
10^6	مليون
10^9	بليون
10^{12}	تريليون
10^{15}	كدريليون
10^{18}	كوينتيليون

a. كم ضعفًا يزيد الكدريليون الواحد عن البليون الواحد؟

أكبر بمقدار 10^9 ضعفًا

b. ما العدد الذي يزيد عنه الكدريليون الواحد بمقدار تريليون ضعف؟

10^6 = مليون

المثابرة في حل المسائل أوجد الأسس الناقصة.

14. $(6^{\square})(6^3) = 6^5$ 2

15. $3x^{\square} \times 4x^3 = 12x^{12}$ 9

16. $p^3 \times p^{\square} \times p^2 = p^9$ 4

17. $\frac{3^{\square}}{3^2} = 3^4$ 6

18. $\frac{5^9}{5^{\square}} = 5^4$ 5

19. $2x^{\square} \times \frac{3x^2}{x^6} = 6x^3$ 7

مهارات التفكير العليا

20. **تحديد البنية** اكتب تعبير ضرب يكون ناتجه 5^{13}.

الإجابة النموذجية: $5^{10} \times 5^3$

21. **تبرير الاستنتاجات** هل $\frac{3^{100}}{3^{99}}$ أكبر من أم أصغر من أم يساوي 3؟

يساوي؛ الإجابة النموذجية: باستخدام ناتج قسمة القوى،

اشرح استنتاجك لأحد الزملاء.

$\frac{3^{100}}{3^{99}} = 3^{100-99} = 3^1$، وهو ما ناتجه 3.

22. **المثابرة في حل المسائل** ما هو ضعف 2^{30}؟ اكتب التعبير مستخدمًا الأسس. اشرح استنتاجك.

2^{31}؛ $2 \times 2^{30} = 2^{31}$

23. **استخدام مثال مضاد** حدد هل العبارة التالية صحيحة أم خاطئة. إذا كانت صحيحة، فاشرح استنتاجك.

وإذا كانت خاطئة، فاذكر مثالاً مضادًا.

بالنسبة إلى أي عدد صحيح a، $(-a)^2 = -a^2$

خاطئة؛ الإجابة النموذجية: إذا كان $a = 3$، إذا $(-3)^2 = 9$، إلا أن $-3^2 = -9$.

تمرين إضافي

حوّل إلى أبسط صورة باستخدام قوانين الأسس.

24. $(3x^8)(5x) =$ $15x^9$

$(3x^8)(5x) = 3 \times 5 \times x^8 \times x$

$= 15 \times x^{8+1}$

$= 15x^9$

25. $\frac{h^7}{h^6} =$ $h^1 = h$

$\frac{h^7}{h^6} = h^{7-6}$

$= h^1 = h$

26. $2g^2 \times 7g^6 =$ $14g^8$

27. $(8w^4)(-w^7) =$ $-8w^{11}$

28. $(-p)(-9p^3) =$ $9p^3$

29. $\frac{2^9}{2} =$ $2^8 = 256$

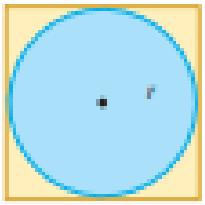
30. $\frac{36d^{10}}{6d^5} =$ $6d^5$

31. $\frac{5^3 \times 7^5 \times 10}{5 \times 7^4} =$ $5^2 \times 7^1 \times 10$

$= 1{,}750$

32. $\frac{(-3)^2 \times 4^3 \times (-1)^8}{4 \times (-1)^5} =$

$(-3)^2 \times 4^2 \times (-1)^3 = -144$



33. المثابرة في حل المسائل يتكون الشكل الموجود على اليسار من دائرة ومربع. وتلامس الدائرة المربع عند نقطة المنتصف للأضلاع الأربعة.

a. ما طول أحد أضلاع المربع؟ $2r$

b. تُستخدم الصيغة $A = \pi r^2$ لإيجاد مساحة الدائرة. يمكن استخدام الصيغة $A = 4r^2$ لإيجاد مساحة المربع. اكتب نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع في أبسط صورة.

$\frac{\pi}{4}$

c. أكمل الجدول.

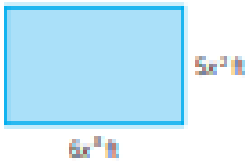
نصف القطر (بالوحدة)	2	3	4	$2r$
مساحة الدائرة (بالوحدة المربعة)	$\pi(2)^2 = 4\pi$	9π	16π	$4\pi r^2$
طول أحد أضلاع المربع	4	6	8	$4r$
مساحة المربع (بالوحدة المربعة)	$4^2 = 16$	36	64	$16r^2$
النسبة $\frac{\text{مساحة الدائرة}}{\text{مساحة المربع}}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$

d. ما الذي يمكنك استنتاجه عن العلاقة بين مساحتي الدائرة والمربع؟ النسبة هي $\frac{\pi}{4}$.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح شركة ماكجروهيل للتعليم

أتطلق؟ تمرين على الاختبار

34. ما التعبير (التعابير) الذي يمكن استخدامه لتمثيل مساحة مستطيل؟ حدد كل ما ينطبق.



- ☐ $\frac{6x^8}{5x^2}$ ft^2
- ■ $6x^4(5x^3)$ ft^2
- ■ $30x^{10}$ ft^2
- ☐ $\frac{6}{5}x^6$ ft^2

35. يوضح الجدول التعداد السكاني التقريبي لأربع ولايات.

الولاية	ألاباما	أيداهو	إلينوي	وايومنغ
التعداد السكاني التقريبي	3^{14}	3^{13}	3^{16}	3^{10}

اختر الإجابة الصحيحة بحيث تكون كل عبارة صحيحة.

العبارة 1: يبلغ التعداد السكاني لولاية [أيداهو] حوالي $\frac{1}{3}$ ولاية ألاباما.

العبارة 2: يبلغ التعداد السكاني لولاية [ألاباما] حوالي 9 أضعاف ولاية وايومنغ.

العبارة 3: التعداد السكاني لولاية [إلينوي] حوالي 27 ضعف

التعداد السكاني لولاية [وايومنغ].

مراجعة شاملة

اضرب أو اقسم

36. $14(-2) = -28$

37. $-20(-3) = 60$

38. $-5(7) = -35$

39. $-12 \div (-4) = 3$

40. $63 \div (-7) = -9$

41. $250 \div (-50) = -5$

42. سيتم توزيع مقدار ثلاثة أرباع مقلاة من البطاطس على 6 أشخاص بالتساوي. فما نصيب كل شخص؟

$\frac{1}{8}$